

Федеральное агентство научных организаций
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
ИНСТИТУТ ТЕОРИИ ПРОГНОЗА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
ГЕОФИЗИКИ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(ИТПЗ РАН)

УДК 550.3
№ госрегистрации 01201281970
Инв. № 2015-5



УТВЕРЖДАЮ

Директор ИТПЗ РАН

член-корреспондент РАН

А.А.Соловьев

«12» марта 2015 г.

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ ПО ТЕМЕ

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ АНАЛИЗА МОДЕЛЕЙ
НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ДЛЯ ОПИСАНИЯ
ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
(промежуточный, за 2014 год)

Заведующий лабораторией № 1
канд. техн. наук

И.В. Кузнецов

Заведующий лабораторией № 2
канд. физ.-мат. наук

Б.Г. Букчин

Заведующий лабораторией № 3
канд. физ.-мат. наук

М.Г. Шнирман

Москва 2015

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель работы,
зав. лаб.
канд. физ.-мат. наук



М.Г. Шнирман

Ответственные исполнители:

ст. науч. сотр.
канд. физ.-мат. наук



Е.М. Блантер

ст. науч. сотр.
канд. физ.-мат. наук



В.М. Герцик

ст. науч. сотр.
докт. физ.-мат. наук



Р.Г. Новиков

ст. науч. сотр.
докт. физ.-мат. наук



А.Б. Шаповал

РЕФЕРАТ

Отчет 10 с., 9 источников

СОЛНЕЧНАЯ АКТИВНОСТЬ, ПОКАЗАТЕЛИ ЛЯПУНОВА, ЦИКЛ ШВАБЕ, ЧИСЛА ВОЛЬФА, ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ, МАРКОВСКИЙ ПРОЦЕСС

Исследования, проводимые по теме в 2014 году, включали: изучение нелинейных свойств эволюции солнечного динамо и их отражения в индексах солнечной активности; изучение особых точек, нерегулярности, рассогласования и моментов изменения режима в долговременной эволюции солнечной активности; изучение стационарного режима модели возникновения и залечивания активационных трещин; изучение единственности решения обратных задач для динамических систем.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ	5
2. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ	7
2.1. Изучение свойств эволюции солнечного динамо	7
2.2. Изучение стационарного состояния Марковского процесса и обратных задач для динамических систем	7
3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ	9
4. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	10

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования по теме выполнялись в рамках подразделов 70 "Физические поля, внутреннее строение Земли и глубинные геодинамические процессы" и 80 "Научные основы разработки методов, технологий и средств исследования поверхности и недр Земли, атмосферы, включая ионосферу и магнитосферу Земли, гидросферы и криосферы; численное моделирование и геоинформатика (инфраструктура пространственных данных и ГИС-технологии" Раздела VIII "Науки о Земле" Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013-2020 годы.

Изучение нелинейных свойств эволюции солнечного динамо и их отражения в индексах солнечной активности и особых точек, нерегулярности, рассогласования и моментов изменения режима в долговременной эволюции солнечной активности. Предлагаемое исследование состоит из двух взаимосвязанных частей: эмпирического анализа данных и компьютерного моделирования.

Эмпирический материал для исследования состоит из длинных временных рядов солнечных и геомагнитных индексов, характеризующих солнечную активность и имеющих ежедневную регистрацию (например, числа Вольфа WN , aa , Dst , ζ и др.). Основными методами изучения этих временных рядов является исследование изменения когерентности между индексами при помощи скользящих корреляций, а также исследование хаотических свойств системы при помощи показателей Ляпунова. Вводится новый индекс λ – показатель Ляпунова, вычисленный в скользящем окне. Индекс λ , наряду с циклами Швабе, демонстрирует, в частности, осцилляции, протяженность которых вдвое меньше, чем у циклов Швабе («половинные циклы Швабе»). Для применения методов исследования непрерывных функций (например, показателей Ляпунова) к дискретным временным рядам разрабатывается специальная техника обработки дискретных серий, исследуется ее устойчивость к выбору параметров и скважности наблюдений.

Солнечные циклы, характеризующиеся аномально сильной вариативностью, являются предметом наиболее детального изучения и моделирования для выявления причины наблюдаемой десинхронизации, ее связи с солнечным динамо и особенностей в плане прогноза следующего солнечного цикла.

Для моделирования и симуляции выявленных свойств солнечных индексов, а также оценки их статистической значимости, используется модель Курамото двух взаимосвязанных нелинейных осцилляторов, авторегрессионная модель первого порядка и ее модификации. Если модель будет адекватно воспроизводить динамику солнечной активности, то ее можно будет использовать для прогноза поведения солнечной активности в будущем. Поскольку характер динамики солнечной активности оказывает сильное влияние на магнитное поле Земли, а также на климатические изменения, то такой прогноз имеет практическое значение.

С целью понимания процесса разрушения как фазового перехода по плотности микротрещин исследуется поведение в стационарном режиме статистической модели возникновения и залечивания активационных трещин и распределение излучаемой упругой энергии в критической точке. По предварительным оценкам это распределение похоже на график повторяемости землетрясений, что позволяет надеется на получение аналитического вывода закона Гутенберга-Рихтера в критической точке.

При изучении геофизических процессов возникает необходимость решения обратных задач. Для адекватного решения таких задач необходим теоретический анализ единственности их решения. Поскольку геофизические процессы во многих случаях описываются динамическими системами, то исследование обратных задач для таких систем, в частности, выяснения условий единственности решения позволяет создать методическую основу для последующего изучения реальных геофизических процессов.

2. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

2.1. Изучение свойств эволюции солнечного динамо

С целью исследования эволюции фазового рассогласования различных проявлений солнечной активности построена модель взаимодействующих нелинейных взаимосвязанных осцилляторов с фазовой синхронизацией типа Курамото и получена зависимость синхронизации от параметров модели. Показана возможность и оценено качество восстановления функции связи между осцилляторами по корреляции траекторий (поведений), в простейших случаях. По полученным результатам опубликована статья [3].

Изучен 27-дневный сигнал солнечного вращения в разных частотных диапазонах. Выявлены интервалы потери синхронизации как между различными индексами солнечной активности, так и между разными частотными сегментами 27-дневного сигнала. По полученным результатам опубликована статья [2].

С целью исследования долговременных вариаций солнечной активности построен индекс иррегулярности временных рядов, родственный старшему показателю Ляпунова. Исследована эволюция свойств «половинного цикла Швабе» у индекса иррегулярности, построенного по числам Вольфа и показана смена режимов в солнечной активности. Полученные результаты опубликованы в статьях [8, 9].

2.2. Изучение стационарного состояния Марковского процесса и обратных задач для динамических систем

С целью выработки подходов к разработке статистической модели возникновения и залечивания активационных трещин рассмотрен Марковский процесс среднего поля с двумя возможными состояниями и доказана асимптотическая независимость его стационарного состояния. Полученный результат опубликован в статье [4].

Исследованы некоторые обратные задачи для динамических систем, которые могут быть применены для описания геофизических процессов.

Рассмотрена обратная задача для рассеяния, описываемого гармоническим по времени двумерным волновым уравнением с возмущением первого порядка. Такая задача возникает, в частности, в акустической томографии движущейся жидкости. Рассмотрены линеаризованный и нелинеаризованный алгоритмы для решения этой задачи. Нелинеаризованный алгоритм основывается на подходе к решению нелокальной проблемы Римана-Гильберта. Полученные результаты опубликованы в статье [1].

Рассмотрено взвешенные преобразования Радона на плоскости. Показано, что приближенная формула Чанга для обращения таких преобразований обеспечивает существенно более общий подход по сравнению с обращением с помощью аппроксимации конечным взвешенным

рядом Фурье. Этот подход к решению обратной задачи для преобразования Радона продемонстрирован на численных примерах для случая тонких преобразований Радона в рамках компьютерной томографии на основе однофотонной эмиссии. Полученные результаты опубликованы в статье [5].

Рассмотрена трехмерная обратная краевая задача Гельфанда. Для нее получены новые эффективные оценки устойчивости, для которых установлена явная зависимость от норм коэффициентов и связанных параметров. Оценки даны в нормах L^2 и L^∞ для разницы коэффициентов. Полученные результаты опубликованы в статье [6].

Изучен импедансный граничный оператор (или Робин-Робин оператор) для уравнения Шрёдингера в открытой ограниченной области при фиксированной энергии в многомерном случае. Получены оценки глобальной устойчивости для восстановления потенциала по этим граничным данным и, как следствие, по данным Коши. Одним из результатов является, в частности, обобщение тождества Алессандрини на случай импедансного граничного оператора. Полученные результаты опубликованы в статье [7].

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненные по теме исследования расширяют границы знаний о свойствах эволюции солнечного динамо и создают основу для построения модели, воспроизводящей изменение солнечной активности.

Результаты, полученные в области исследования обратных задач, могут найти применение при решении конкретных обратных задач, возникающих при исследовании геофизических процессов.

Потенциальная практическая значимость выполненных исследований состоит в создании предпосылок для разработки методов прогноза изменения солнечной активности, что создаст возможность для учета изменений солнечной активности при прогнозе флуктуаций магнитного поля Земли и динамики климата.

По результатам выполненных исследований опубликовано 9 статей в рецензируемых отечественных и рейтинговых зарубежных журналах.

4. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

Статьи, опубликованные в рецензируемых отечественных и рейтинговых зарубежных журналах

1. Agaltsov, A.D., R.G. Novikov, Riemann-Hilbert problem approach for two-dimensional flow inverse scattering, *Journal of Mathematical Physics*, 2014, **55**, 10: 103502, doi: 10.1063/1.4896741.
2. Blanter, E., J.-L. Le Mouél, M. Shnirman, and V. Courtillot, Loss of synchronization in the 27-day spectral component of geomagnetic indices and its relationship with solar activity. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 2014, **117**: 71-80, doi:10.1016/j.jastp.2014.04.002.
3. Blanter, E.M., J.-L. Le Mouél, M.G. Shnirman, and V. Courtillot, Kuramoto model of nonlinear coupled oscillators as a way for understanding phase synchronization: Application to solar and geomagnetic indices. *Solar Phys.*, 2014, **289**, 11: 4309-4333, doi:10.1007/s11207-014-0568-9.
4. Gertsik, V.M. Asymptotic independence for stationary state of mean field Markov process. *Markov Processes and Related Fields*, 2014, **20**, 2: 375-380.
5. Guillement, J.-P., and R.G. Novikov, Inversion of weighted Radon transforms via finite Fourier series weight approximations. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2014, **22**, 5: 787-802, doi:10.1080/17415977.2013.823417.
6. Isaev, M.I., and R.G. Novikov, Effectivized Holder-logarithmic stability estimates for the Gel'fand inverse problem. *Inverse Problems*, 2014, **30**, 9: 095006, doi:10.1088/0266-5611/30/9/095006.
7. Isaev, M.I., and R.G. Novikov, Stability estimates for determination of potential from the impedance boundary map. *St. Petersburg Math. J.*, 2014, **25**, 1: 23-41.
8. Shapoval, A., J.-L. Le Mouél, V. Courtillot, M.G. Shnirman, Is a sudden increase of irregularity of sunspot numbers a precursor of a return to low solar activity? *Journal of Geophysical Research - Space Physics*, 2014, **119**: 6120-6130, DOI:10.1002/2013JA019584.
9. Shapoval, A., J.-L. Le Mouél, M. Shnirman, and V. Courtillot, Can irregularities of solar proxies help understand quasi-biennial solar variations? *Nonlinear Processes in Geophysics*, 2014, **21**, 4: 797-813, doi:10.5194/npg-21-797-2014.